

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор физтех-школы
аэрокосмических технологий
С.С. Негодяев

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Численные методы моделирования и оптимизации
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Космические технологии
	Физтех-школа Аэрокосмических Технологий
	кафедра механики и процессов управления
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Зачет
2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.
семинары: 60 час.
лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 225, всего зач. ед.: 5

Программу составил: Н.В. Баничук, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры механики и процессов управления 04.06.2020

Аннотация

Целью курса является изучение вычислительных и численно-аналитических методов, применяемых при моделировании, анализе и оптимизации. В курсе рассматриваются постановки краевых и эволюционных задач, а также соответствующих вариационных задач отыскания экстремумов. Применительно к многопараметрическим системам с распределенными параметрами предполагается изучение метода анализа чувствительности и освоение метода конечных элементов.

Для успешного освоения программы курса обучающемуся необходимо иметь базовые знания по таким дисциплинам как механика сплошных сред, уравнения математической физики, основы вычислительной математики.

В результате освоения дисциплины обучающемуся приобретается возможность корректно формулировать проблемы, применять методы аппроксимации, разрабатывать и использовать на практике эффективные алгоритмы решения, осваивать новые направления исследований в области теории и приложений моделирования и оптимизации.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- изучение вычислительных и численно-аналитических методов, применяемых при моделировании, анализе и оптимизации.

Задачи дисциплины

- получение знаний в области вычислительных методов решения краевых, вариационных и оптимизационных задач;
- освоение навыков построения вычислительных алгоритмов;
- изучение студентами различных аспектов применения метода конечных элементов, метода локальных вариаций и методов анализа чувствительности и др.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- методы функционального анализа применяемых при построении численных алгоритмов решения задач оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- классические (сильные) и обобщенные (слабые) формулировки вариационных и оптимизационных задач математической физики и механики;
- теорию и эффективные вычислительные алгоритмы проекционных и вариационно-разностных методов, методов конечных элементов, методов граничных элементов;
- методы анализа чувствительности при численном решении оптимизационных задач механики и математической физики.

уметь:

- формулировать и исследовать задачи оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- применять методы аппроксимации при численном решении экстремальных задач;
- разрабатывать и использовать на практике эффективные алгоритмы решения;
- осваивать новые направления исследований в области теории и приложений моделирования и оптимизации.

владеть:

- культурой моделирования физических задач и навыком постановок оптимизационных задач;
- опытом решения типовых задач и задач повышенной сложности с применением методов функционального анализа и эффективных вычислительных алгоритмов;
- навыком применения численных методов анализа чувствительности для изучения влияния определяющих параметров на оптимальное решение.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Моделирование и надежность вычислений.	8	8		8
2	Задачи минимизации функционалов.	8	8		8
3	Элементы функционального анализа и теории функциональных пространств.	4	4		8
4	Применение функционального анализа и теории выпуклых функционалов и выпуклых множеств.	10	10		6
5	Методы аппроксимации.	10	10		15
6	Метод конечных элементов для вариационных граничных задач.	10	10		15
7	Анализ чувствительности.	10	10		15
Итого часов		60	60		75

Подготовка к экзамену	30 час.
Общая трудоёмкость	225 час., 5 зач.ед.

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Моделирование и надежность вычислений.

Основы моделирования и источники ошибок. Физическое моделирование и дифференциальные модели. Дискретные модели и численное решение. Ошибка моделей. Ошибки аппроксимации. Ошибки вычислений, обусловленные итерационным характером вычислений, округлениями, дефектами вычислительных программ. Оценивание ошибок и надежности вычислений.

Априорные оценки ошибок. Апостериорные оценки ошибок.

2. Задачи минимизации функционалов.

Элементы вариационного исчисления. Классические вариационные задачи с аддитивными функционалами и условия экстремума. Неклассические вариационные задачи с неаддитивными функционалами и примеры из механики. Оптимизационные задачи для областей с варьируемыми границами. Прямые методы минимизации функционалов

Непрерывные и полунепрерывные функционалы, метод Ритца и теорема сходимости.

Метод локальных вариаций для задач с аддитивными и неаддитивными функционалами.

Вариационные методы для стационарных и нестационарных задач. Вариационные принципы и вариационные методы для эллиптических задач. Вариационные подходы к нестационарным задачам.

3. Элементы функционального анализа и теории функциональных пространств.

Метрические пространства и методы последовательных приближений. Понятие метрического пространства. Сжимающие отображения. Принцип неподвижной точки и методы последовательных приближений. Функционалы в банаховых пространствах. Банаховы пространства. Ограниченные, непрерывные и сжимающие функционалы. Функциональные нормы. Функционалы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства.

Примеры гильбертовых пространств и функционалов. Пространства Соболева.

Линейные функционалы и билинейные формы. Теорема Рисса о представимости линейных функционалов. Двойственные пространства линейных функционалов.

4. Применение функционального анализа и теории выпуклых функционалов и выпуклых множеств.

Выпуклый анализ. Условие выпуклости функционалов и множеств. Дифференцируемость функционалов в смысле Фреше и Гато. Эквивалентность задач минимизации выпуклых функционалов и вариационных граничных задач. Классические граничные задачи и формулировка вариационных граничных задач. Теорема эквивалентности.

Оптимизационные задачи в банаховых пространствах. Формулировка оптимизационных задач с использованием симметричных положительно определенных билинейных форм и непрерывных функционалов. Теорема существования и единственности решения оптимизационных задач. Вариационные неравенства. Исследования эквивалентности исходных оптимизационных задач и формулируемых вариационных неравенств.

Геометрическая интерпретация. Спектральные задачи. Экстремальные принципы и методы в задачах на собственные значения.

Семестр: 2 (Весенний)

5. Методы аппроксимации.

Вариационные граничные задачи в гильбертовом пространстве и их аппроксимация в конечномерных подпространствах. Сущность и алгоритм метода Галёркина. Применение метода Галёркина к вариационным граничным задачам. Применение энергетического скалярного произведения и ортогонального базиса. Сравнение методов Ритца и Галёркина.

Оценка погрешности метода Галёркина. Теорема существования и единственности решения по методу Галёркина. Теория проекционных операторов и их применение для оценки ошибки метода Галёркина. Геометрические свойства решений по методу Галёркина. Интерполанты и скорость сходимости галёркинских приближений.

6. Метод конечных элементов для вариационных граничных задач.

Основы МКЭ. Разбиение области на конечные элементы. Кусочно-полиномиальные базисные функции на малых подобластях и их сужения. Построение глобальной матрицы жёсткости и глобального вектора правой части разрешающей системы уравнений. Структура матрицы жёсткости. Применение МКЭ к одномерным и двумерным задачам. Мастер-элемент.

Кусочно-линейные и квадратичные аппроксимации в одномерном случае. Применение треугольных элементов с кусочно-линейными и кусочно-квадратичными базисными функциями для решения двумерных задач. МКЭ с прямоугольными элементами и билинейными полиномиальными базисными функциями.

7. Анализ чувствительности.

Теория и общие методы анализа чувствительности. Анализ чувствительности в задачах моделирования и оптимизации. Прямые методы анализа чувствительности. Методы анализа чувствительности, основанные на применении сопряженных систем. Применение анализа чувствительности в задачах оптимизации. Анализ чувствительности при оптимизации балок с закрепленными краями и балок, лежащих на упругом основании. Анализ чувствительности при оптимальном проектировании упругих пластин. Анализ чувствительности в задачах оптимизации устойчивости сжатых стержней. Оптимизация жёсткости на кручение упругих стержней с применением анализа чувствительности. Исследование эволюционных задач оптимизации на основе анализа чувствительности.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: учебная аудитория, персональные компьютеры и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вариационные задачи механики и управления [Текст], Численные методы/Ф. Л. Черноусько, Н. В. Баничук, -М., Наука, 1973
2. Матричный анализ [Текст]/Р. Хорн, Ч. Джонсон, -М., Мир, 1989

1. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В., М.: Наука, 1973
2. Введение в оптимизацию конструкций. Баничук Н.В., М.: Наука, 1986.
3. Динамика конструкций. Анализ и оптимизация. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Шаранюк А.В., М.: Наука, 1989.
4. Функциональный анализ и вычислительная математика. Коллатц Л., М.: Мир, 1969.
5. Матричный анализ. Хорн Р., Джонсон Ч., М.: Мир, 1989.
6. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. Хог Э., Чой К., Комков В., М.: Мир, 1968.

Дополнительная литература

1. Variational and quasivariational inequalities in mechanics. Kravchuk A.S., Neittaanmaki P. J., Dordrecht: Springer, 2007.
2. Вариационные принципы механики сплошной среды. Бердичевский В.Л., М.: Наука, 1983.
3. Reliable methods for computer simulation. Error control and a posteriori estimates. Amsterdam: Neittaanmaki P., Repin S. Elsevier, 2004.
4. Метод конечных элементов. Основы. Галлагер Р., М.: Мир, 1984.
5. Computer-aided engineering. Chichester: Raphael B., Smith I.F.C. Wiley, 2003.
6. Методы вычислительной математики. Марчук Г.И., М.: Наука, 1977.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
4. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/> – электронная библиотека портала Eqworld

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), программный комплекс Maple.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса «Численные методы моделирования и оптимизации» требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, семинаров, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях;
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Космические технологии Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра механики и процессов управления
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Зачет
- 2 (весенний) - Экзамен

Разработчик: Н.В. Баничук, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Численные методы моделирования и оптимизации» обучающийся должен:

знать:

- методы функционального анализа применяемых при построении численных алгоритмов решения задач оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- классические (сильные) и обобщенные (слабые) формулировки вариационных и оптимизационных задач математической физики и механики;
- теорию и эффективные вычислительные алгоритмы проекционных и вариационно-разностных методов, методов конечных элементов, методов граничных элементов;
- методы анализа чувствительности при численном решении оптимизационных задач механики и математической физики.

уметь:

- формулировать и исследовать задачи оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- применять методы аппроксимации при численном решении экстремальных задач;
- разрабатывать и использовать на практике эффективные алгоритмы решения;
- осваивать новые направления исследований в области теории и приложений моделирования и оптимизации.

владеть:

- культурой моделирования физических задач и навыком постановок оптимизационных задач;
- опытом решения типовых задач и задач повышенной сложности с применением методов функционального анализа и эффективных вычислительных алгоритмов;
- навыком применения численных методов анализа чувствительности для изучения влияния определяющих параметров на оптимальное решение.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль представляет собой проверку самостоятельной работы, включающая в себя решение задач.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ, индивидуальных консультаций.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине «Численные методы моделирования и оптимизации» проводится в форме экзамена (устного).

Примеры экзаменационных билетов:

Экзаменационный билет № 1

1. Априорные оценки ошибок.
2. Дифференцируемость функционалов по Гато.
3. МКЭ в одномерных задачах с использованием мастер-элемента.

Экзаменационный билет № 2

1. Апостериорные оценки ошибок.
2. Формулировка вариационных граничных задач.
3. МКЭ с треугольными элементами.

Экзаменационный билет № 3

1. Оптимизационные задачи с аддитивными и неаддитивными функционалами.
2. Эквивалентность задач минимизации выпуклых функционалов и вариационных граничных задач.
3. МКЭ с прямоугольными элементами.

Экзаменационный билет № 4

1. Метод локальных вариаций.
2. Теорема существования и единственности решения оптимизационных задач.
3. Методы анализа чувствительности (МАЧ).

Экзаменационный билет № 5

1. Вариационные подходы к нестационарным задачам.
2. Вариационные неравенства и их геометрическая интерпретация.
3. МАЧ при оптимизации балок.

Экзаменационный билет № 6

1. Сжимающие отображения, принцип неподвижной точки и методы последовательных приближений.
2. Экстремальные принципы и методы в задачах на собственные значения.

3. МАЧ при оптимизации упругих пластин.

Экзаменационный билет № 7

1. Банаховы и гильбертовы пространства.
2. Теорема существования и единственности решения по методу Галёркина.
3. МАЧ в задачах оптимизации устойчивости сжатых стержней.

Экзаменационный билет № 8

1. Пространства Соболева.
2. Проекционные операторы и их применение для оценки ошибки метода Галёркина.
3. МАЧ в задачах оптимизации эволюционных систем.

Экзаменационный билет № 9

1. Теорема Рисса и двойственные пространства.
2. Основы МКЭ: разбиение области, кусочно-полиномиальный базис, построение глобальной матрицы жёсткости и вектора правой части разрешающей системы.
3. Априорные оценки ошибок.

Критерии оценивания

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета, он показал, что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена при подготовке ответов на билеты, обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, конспектами лекций, семинаров и любой другой литературой.

Во время проведения экзамена при ответе обучающегося на вопросы по билету или по программе дисциплины, он не может пользоваться конспектами лекций и семинаров и любой другой литературой.

Экзамен проводится в устной форме.

Традиционная форма билета содержит два теоретических вопроса по программе курса.

Перед началом экзаменационной сессии студенты получают перечень вопросов, ответы на которые необходимо знать для успешной сдачи экзамена.

Ответ студента оценивается по 10-балльной шкале.